### I понятие площади плоской фигуры

Qв

Qо

G

Под плоской фигурой будем понимать любое количество точек на плоскости.

Обозначим площадь . Рассмотрим - ограничена сверху. Существует sup= Р . Аналогично ограничена снизу.

**теорема**: Р (вписан. ≤ опис.)

**доказательство** от противного: допустим Р , по определению supPвпис ≤ Р , по определению infРопис.

P Po Pв P

Замечание: РвР

**опр**: если Р= Р , то говорят, что G - квадратична, Р - площадь G.   
пример: не квадратичной фигуры Р=0, 1

**теорема**:для того, чтобы G была квадрируема, необходимо и достаточно, чтобы для существовала Ро, Рв: Ро-Рв<Ɛ

**необходимость**: G - квадрируема ⇒ Ро-Рв<Ɛ

Р = Р, по определению sup: ∃Рв: Р - Рв<, по определению inf ∃Ро: Ро - < , Р - Рв + Ро - < Ɛ, Ро-Рв<Ɛ

**достаточность**:существует Ро-Рв<Ɛ

Рв ≤ Р ≤ ≤ Ро, 0 < - Р < Ɛ. В силу произведения Ɛ - Р = 0(??????), Р = Р G - квадрируема

**теорема** Пусть f(x)≥0 на [a,b] и f(x) - непрерывна, тогда криволинейная трапеция ограничена: f(x), x=a, x=b, y=0, квадрируема.

если нет ограничений на f(x) (по знаку). В общем случае, если трапеция ограничена y=f1(x), y=f2(x), x=a, x=b:

#### ПДСК. функция задана параметрически



F1(x)

#### Полярная СК



### III Понятие длины кривой

пусть функция задана и множеством точек.

{M(x,y)} такое, что каждая из них получается только при одном значении t. Его называют простой незамкнутой кривой если - концы кривой.

если А=В - кривая замкнута.

Введем разбиение r на [α,β], на n отрезке  
{M;(x,y)} соединим их ломаной. обозначим ранг дробления

△li - длина звена ломаной и длина всей ломаной

**опр**: пределом длины ломаной будем называть число , если:

. в этом случае говорят, что кривая спрямляема, а l её длина

**теорема**: Пусть кривая задана непрерывны и дифференцируемы, тогда: , ,



#### ПДСК. функция задана явно y=f(x), a≤x≤b

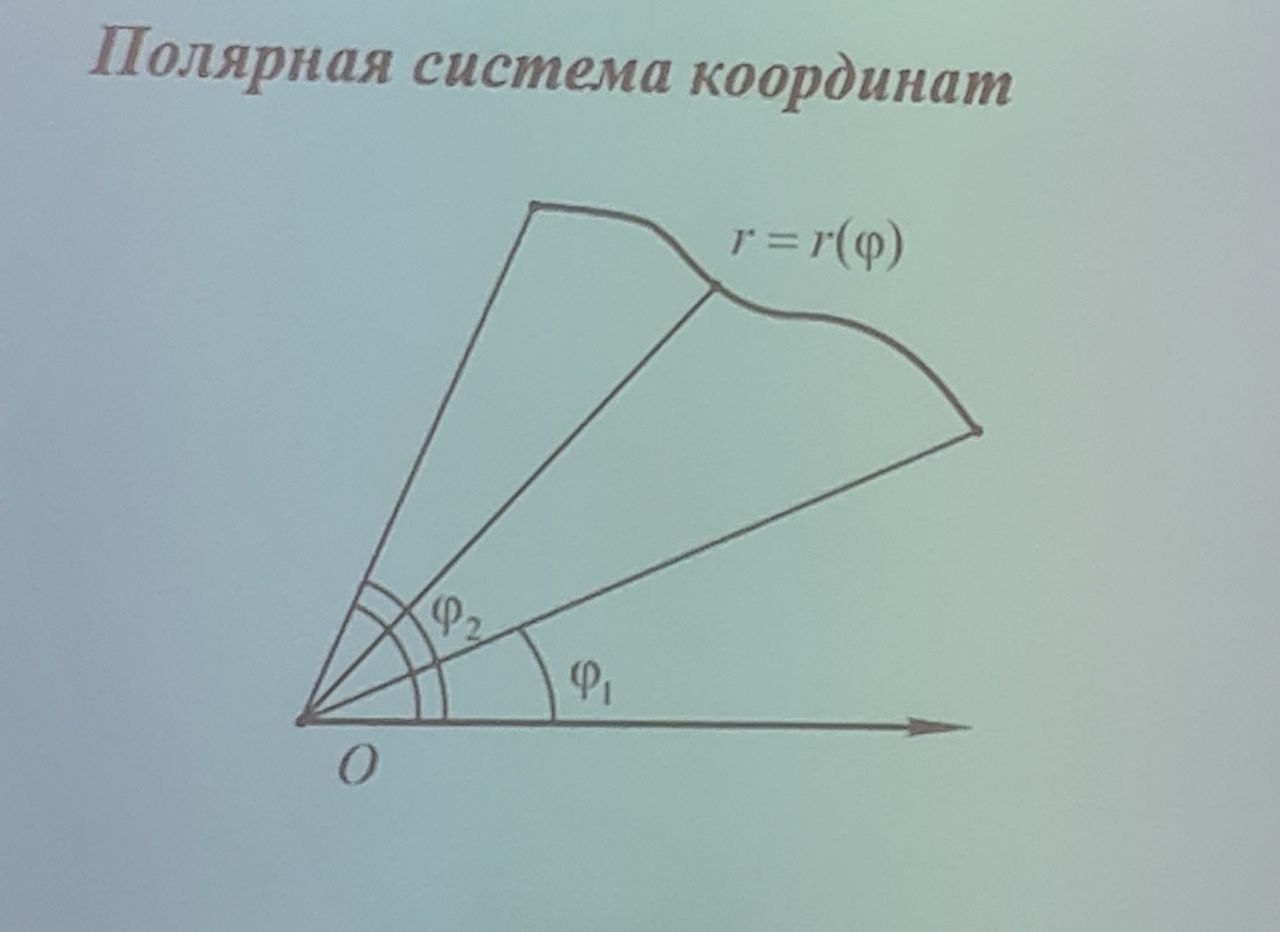
f(x) - непрерывна и дифференцируема

x=t & y=f(t),

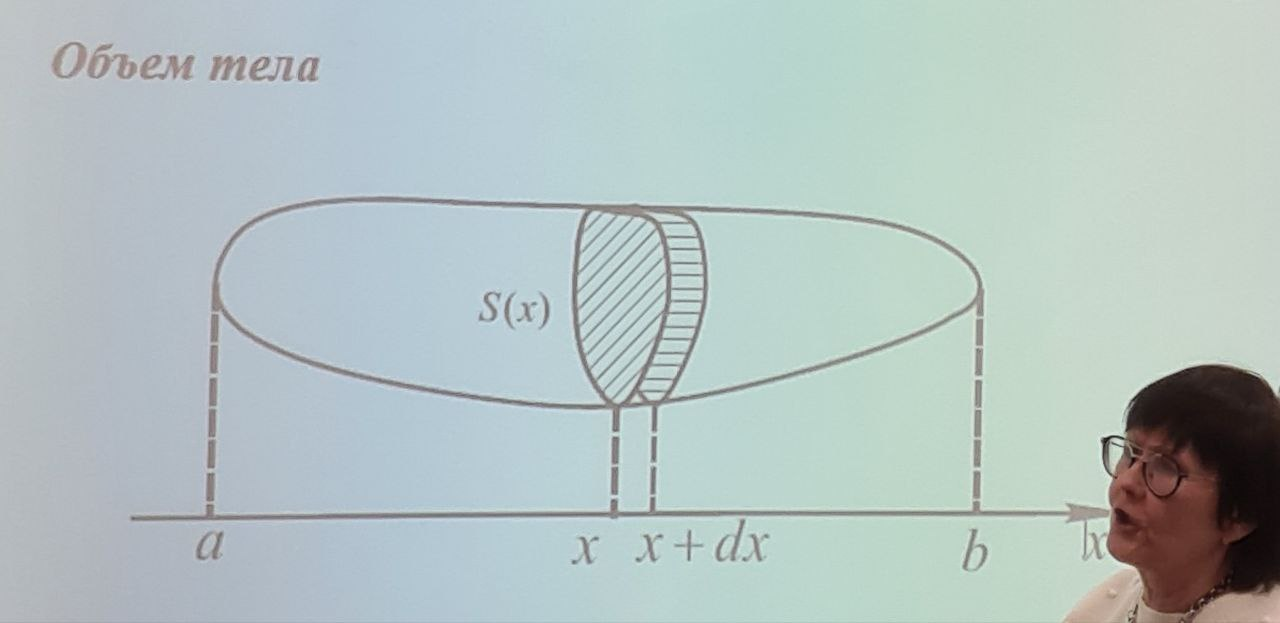
#### Полярная СК

r(φ) - непрерывна и дифференцируема,

,



### V Объем тела с известным поперечным сечением (расположенным между плоскостью x=const, x+dx=const)



### VI Объем и площадь поверхности тела вращения

